

運用手勢模擬讓代數基本運算的學習不再抽象難學

【測驗及評量研究中心助理研究員 呂鳳琳】

前言

什麼是代數呢？顧名思義就是「以符號代表數」。短短幾個字的說明看似簡單，但卻是許多人在回想學習數學過程中感到困難與挫敗的單元。文字符號的使用之所以抽象在於學習者須跳脫出對問題情境的依賴，找出問題背後所代表的數學結構，也就是從現實問題轉化到數學問題的形成過程。接著再對這些文字符號進行運算，求出數學問題的答案。然而，要對抽象的文字符號進行運算並非易事，它並不像算術運算那樣可以借助具體物的視覺操作看到運算後的結果，因此加深代數運算的抽象性與困難性。許多學生為取得好成績，開始強迫自己做大量的機械化練習，形成會做不會解釋及要學好數學就要大量練習題目的刻板印象。為改善此一學習亂象，十二年國教數學領綱提出五大基本理念。其中之一便是數學應提供每位學生有感的學習機會。由於教科書是學生學習數學的主要來源與基本工具，因此本文從教科書內容（教材）的展演形式出發，說明如何透過不同展演形式的呈現幫助學生進行有感的數學學習。

一、透過動態視覺化展演運算過程

代數基本運算之所以抽象在於初學者從教科書文本上一列列推導出的靜態代數式中看不到運算的過程。當初學者無法理解這些代數式是如何被推導出來時，就可能產生硬記或迷思概念等學習現象。因此，若能借助數位工具的特色功能重現代數運算的演算過程，應能減輕初學者學習代數基本運算的學習負擔。以分配律 $(4x - 1) \times (-5) = -20x + 5$ 為例，一般在紙本教材中，例如現行中小學生使用的紙本教科書，會如圖一(1)的呈現方式，利用靜態的箭頭圖示表達運算的方式。但對初學者來說，他們可能不清楚 $4x \times (-5)$ 為何可以求出 $-20x$ 。若能透過圖一(2)動態展演方式呈現 $(4x - 1) \times (-5)$ 經由分配律得到 $4x \times (-5)$ 和 $-1 \times (-5)$ 以及 $-20x$ 與 5 的運算過程，相信會有助於初學者對推導結果的理解和掌握。此類藉由動態視覺化進行展演的數位學習內容經常見於教科書商所建置的電子教科書中的多媒體素材。

圖 1、運用靜態和動態兩種不同展演方式呈現代數基本運算中的分配律

<p>解：</p> $(4x - 1) \times (-5)$ $4x \times (-5)$	<p>解：</p> $(4x - 1) \times (-5) \quad 4x \times (-5)$
(1) 靜態	(2) 動態

二、利用帶有隱喻效果的手勢動畫表達運算的概念與過程

雖然動態展演方式能將文字符號間的運算過程以視覺化方式動態呈現，不過對一些初學者來說，可能會因為呈現的畫面過於短暫而未能在短時間內理解動畫所展演的數學意涵。因此研究者與國內兩位數學教育學者參考國外相關研究，在代數運算過程中，透過手勢動作的隱喻方式呈現運算過程中的數學意涵。例如在圖二中透過手勢將文數字一個一個移動到要進行運算的地方就如同幼兒時期在學習均分物品般的分配動作。因此，在動畫展演過程中，透過帶有隱喻意涵的手勢動作，有機會提供初學者理解動畫過程中的數學意涵。圖三的 Gif 檔為結合手勢動畫說明分配律展開運算之示例。

圖 2、透過手勢隱喻方式呈現分配律的演算過程


<p>解：</p> $(4x - 1) \times (-5)$ $=$	 $4x \times (-5) \quad (-5)$ <p style="text-align: right; color: red;">分配律</p>
--------------------------------------	---

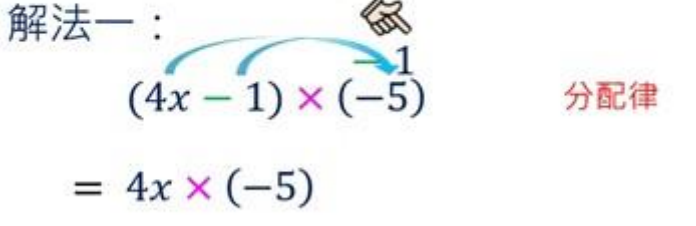
圖 3、運用手勢動畫展演分配律演算過程之示例

以符號運算(三)

例5 展開下列各式：

(2) $(4x - 1) \times (-5)$

解法一：



$(4x - 1) \times (-5)$ 分配律

$= 4x \times (-5)$

GIF 檔連結網址：<https://math.ntnu.edu.tw/~tsoty/gesture/>

結語

本文簡述代數學習對許多初學者感到抽象且不易學習的可能因素，並舉例說明透過動態視覺化與帶有隱喻意涵的手勢動畫方式，來展演代數基本運算的演算過程，能提供初學者有感的學習機會。事實上，從研究者與兩位數學教育學者一同進行的研究中確實發現，相較於紙本教材上所呈現的靜態圖示或是借助動畫方式展演運算過程的數位內容而言，在動畫中加入帶有隱喻效果的手勢動畫能更有效，且有效率的幫助學生解決有關代數運算的基本計算與概念遷移的問題。此研究發現可配合教育部現行推動的生有平板政策，建議應設法鼓勵教師與教學設計者在數位教材中結合概念隱喻的想法，進行更多的數位教材內容的研發工作，以提供學生有感且有意義的數位學習內容。

資料來源

左台益、呂鳳琳、李健恆（2022）。體現動態視覺化對中學生學習代數式基本運算的影響。《教育科學研究期刊》，67（4），285-318。連結網址：

<http://jories.ntnu.edu.tw/jres/PaperContent.aspx?cid=272&ItemId=1898&loc=tw>

左台益（2021年10月31日）。中學代數數位學習系統之開發（MOST 106-2511-S-003-025-MY3）。連結網址：<https://www.grb.gov.tw/search/planDetail?id=12814664>